LIMITARILE FILTRARII LINIARE A IMAGINILOR

C. VERTAN

La ce folosea filtrarea liniara de netezire ?

Reducerea efectelor zgomotului aditiv, de tip Gaussian suprapus imaginii.

ZAGA :

$$f(l,c) = f_0(l,c) + z(l,c)$$

$$z(l,c) \leftarrow N\left(0,\sigma^2\right)$$

$$\overline{fz} = 0$$

filtru mediere

3 x 3

Dar daca se schimba modelul de zgomot ?

Zgomot impulsiv

Valorile anumitor pixeli ai imaginii sunt inlocuite de valorile extreme ale nivelelor de gri : 0 si L-1.

Aparenta vizuala este de imprastiere a unor puncte negre si albe peste imagine: zgomot “sare si piper” (*salt and pepper*).

$$f(l,c)=\begin{cases} 0, \; cu\ probabilitate\ p/2 \\ \mathrm{L}-1, \; cu\ probabilitate\ p/2 \\ f_0(l,c), \; cu\ probabilitate\ 1-p \end{cases}$$

$p = 0.05$

Zgomot impulsiv

filtru
mediere

efect de manjire a imaginii (*smearing*)

rezultat dorit
al filtrarii

Zgomot impulsiv

Va trebui determinata o alta metoda de combinare a valorilor din imagine prin care sa se poata determina prezenta/ absenta impulsurilor de zgomot.

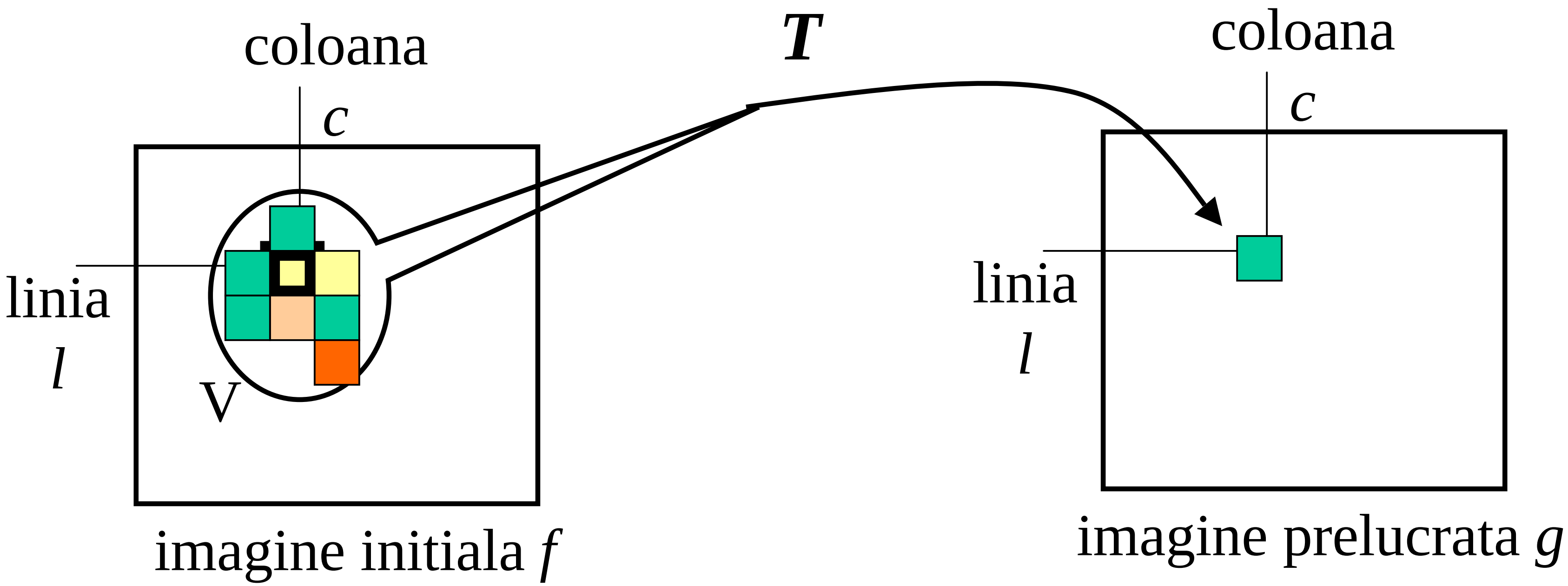
Compararea valorii pixelului prelucrat cu 0/ L-1 NU este o solutie ....

Solutia este gasirea unei metode de combinare neliniara a valorilor din imagine.

FILTRAREA NELINIARA A IMAGINILOR

C. VERTAN

Operatori de vecinatate



$$g(l,c) = T\left(f\left(V_{(l,c)}\right)\right)$$

Noua valoare a oricarui pixel din imaginea prelucrata rezulta din combinarea unui numar oarecare de valori ale pixelilor din imaginea initiala, situati in vecinatatea pixelului curent prelucrat.

Operatori de vecinatate

$$g(l,c) = T\left(f\left(V_{(l,c)}\right)\right)$$

Definirea transformarii implica specificarea:

vecinatatii pixelului curent prelucrat, $V_{(l,c)}$

functiei de combinare a valorilor extrase din imagine, ***T***

Functii de combinare (transformari)

liniare

neliniare **intrinsec neliniare**

neliniare ca efect al adaptarii

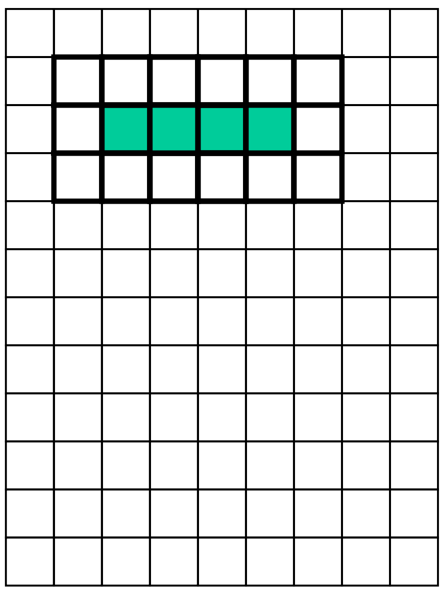
Operatia de vecinatate poate fi scrisa deci ca:

$$g(l,c) = T\left(f\left(l+m_1, c+n_1\right), f\left(l+m_2, c+n_2\right), \ldots, f\left(l+m_K, c+n_K\right)\right)$$

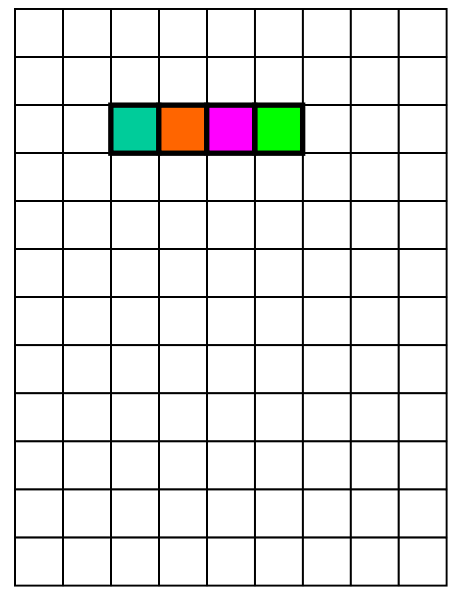
Echivalent: "Fereastra glisanta"

Vecinatatea folosita este o fereastra (deschidere) intr-un suport opac plasat in fata imaginii; din imagine nu se vede dacat portiunea ce corespunde ferestrei plasate in pozitia curenta.

Fereastra este glisata ("plimbata") peste intreaga imagine, punct cu punct.



imagine initiala



imagine prelucrata

Filtrarea neliniara

Orice filtru neliniar este deci definit de:

vecinatatea folosita, *V*

functia [neliniara] de combinare a valorilor

Ce fel de functii neliniare se pot aplica ?

min, max, log, exp, putere, ...

altele ?

Tipuri de filtre neliniare

Corespund celor doua tipuri de efecte esentiale dorite:

cresterea uniformitatii in interiorul regiunilor **netezire**

cresterea contrastului pe frontierele regiunilor **contrastare**

Filtrare neliniare de ordonare

Este ordonarea neliniara ?

Da, principiul superpozitiei nu este respectat.

$$T(\alpha f + \beta g) \neq \alpha T(f) + \beta T(g)$$

Ex: Fie $\alpha, \beta = 1$ si T operatorul de ordonare

f = (2,1,3)
g = (1,3,2)
f+g = (3,4,5)

$T(f)$ = (1,2,3)
$T(g)$ = (1,2,3)
$T(f)$+$T(g)$ = (2,4,6)

$T(f+g)$ = (3,4,5)

Cum ar folosi ordonarea pentru a elimina impulsurile de zgomot ?

Impulsurile de zgomot au valori extreme (0 sau L-1); tot ceea ce trebuie facut este alegerea unor valori cat mai departate de aceste extreme.

Filtrare neliniare de ordonare

Exemplu:

100	255	120
0	157	128
145	0	145

impuls de zgomot

ordonare crescatoare

0, 0, 100, 120, 128, 145, 145, 157, 255

O valoare corecta trebuie sa fie situata cat mai departe de capetele afectate de zgomot.

impulsurile de zgomot sunt la capetele sirului de valori ordonate

Filtrare neliniare de ordonare

Valorile selectate de fereastra de filtrare sunt $x_1, x_2, \ldots, x_K$.

Dupa ordonare avem: $$x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \ldots \leq x_{(K)}$$

$x_{(i)}$ este statistica de ordine de ordin "i"

$x_{(1)}$ este valoarea minima

$x_{(K)}$ este valoarea maxima

$\{x_{(i)}\}$ sunt aceleasi valori ca si $\{x_i\}$, dar in alta ordine.

Filtrul median

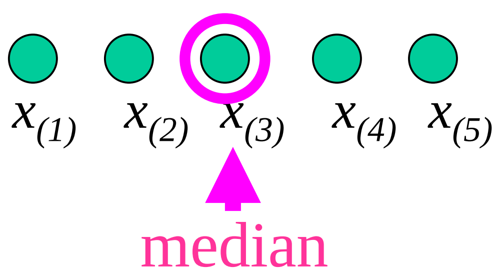
Valoarea de iesire a filtrului median este valoare situata in **centrul secventei ordonate – statistica mediana**.

Iesirea filtrului median este:

$$y=\begin{cases} x_{\left(\frac{K+1}{2}\right)}, & daca\ K\ impar \\ \frac{1}{2}\left(x_{\left(\frac{K}{2}\right)}+x_{\left(\frac{K}{2}+1\right)}\right), & daca\ K\ par \end{cases}$$

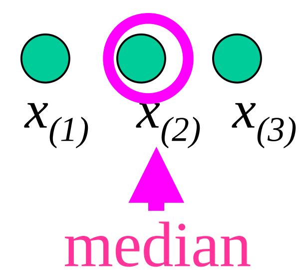
Ex. K=5

$(K+1)/2 = 3$



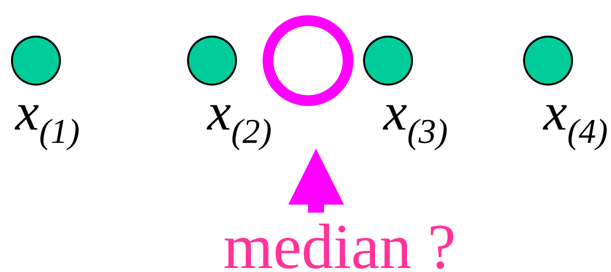
Ex. K=3

$(K+1)/2 = 2$



Ex. K=4

$(K+1)/2 = 2,5$



Filtrul median

Ex. de aplicare in cazul 1-D, cu fereastra centrata de lungime *K*=3

Medianul este statistica de ordine de ordin 2.

| | 0 | 1 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 |

extragere valori

0, 0, 1

↓ ordonare

0, 0, 1

↓ median

0

0

Filtrul median

Ex. de aplicare in cazul 1-D, cu fereastra centrata de lungime K=3

Medianul este statistica de ordine de ordin 2.

$\boxed{0 \; \boxed{1} \; 1}$ 3 1 3 2 3 3 2 1 1

extragere valori

0, 1, 1

ordonare

0, 1, 1

median

1

0 1

Filtrul median

Ex. de aplicare in cazul 1-D, cu fereastra centrata de lungime *K*=3

Medianul este statistica de ordine de ordin 2.

0 $\boxed{1\ \boxed{1}\ 3}$ 1 3 2 3 3 2 1 1

extragere valori

1, 1, 3

ordonare

1, 1, 3

median

1

0 1 1

Filtrul median

Ex. de aplicare in cazul 1-D, cu fereastra centrata de lungime K=3

Medianul este statistica de ordine de ordin 2.

0 1 | 1 | **3** | 1 | 3 2 3 3 2 1 1

extragere valori

1, 3, 1

ordonare

1, 1, 3

median

1

0 1 1 1

Filtrul median

Ex. de aplicare in cazul 1-D, cu fereastra centrata de lungime K=3

Medianul este statistica de ordine de ordin 2.

0 1 1 3 1 3 2 3 3 2 1 1

extragere valori

3, 1, 3

ordonare

1, 3, 3

median

3

0 1 1 1 3

Filtrul median

Ex. de aplicare in cazul 1-D, cu fereastra centrata de lungime *K*=3

Medianul este statistica de ordine de ordin 2.

0 1 1 3 1 3 2 3 3 2 1 1

extragere valori

1, 3, 2

ordonare

1, 2, 3

median

2

0 1 1 1 3 2

Filtrul median

Ex. de aplicare in cazul 1-D, cu fereastra centrata de lungime *K*=3

Medianul este statistica de ordine de ordin 2.

0 1 1 3 1 3 $\boxed{2}$ 3 3 2 1 1

extragere valori

3, 2, 3

ordonare

2, 3, 3

median

3

0 1 1 1 3 2 3

Filtrul median

Ex. de aplicare in cazul 1-D, cu fereastra centrata de lungime K=3

Medianul este statistica de ordine de ordin 2.

0 1 1 3 1 3 2 3 3 2 1 1

2, 3, 3

extragere valori

ordonare

2, 3, 3

median

3

0 1 1 1 3 2 3 3

Filtrul median

Ex. de aplicare in cazul 1-D, cu fereastra centrata de lungime K=3

Medianul este statistica de ordine de ordin 2.

0 1 1 3 1 3 2 [3 **3** 2] 1 1

extragere valori → 2, 3, 3

↓ ordonare

2, 3, 3

↓ median

3

0 1 1 1 3 2 3 3 3

Filtrul median

Ex. de aplicare in cazul 1-D, cu fereastra centrata de lungime *K*=3

Medianul este statistica de ordine de ordin 2.

0 1 1 3 1 3 2 3 3 2 1 1

extragere valori

3, 2, 1

ordonare

1, 2, 3

median

2

0 1 1 1 3 2 3 3 3 2

Filtrul median

Ex. de aplicare in cazul 1-D, cu fereastra centrata de lungime *K*=3

Medianul este statistica de ordine de ordin 2.

0 1 1 3 1 3 2 3 3 2 $\boxed{1}$ 1

extragere valori

2, 1, 1

ordonare

1, 1, 2

median

1

0 1 1 1 3 2 3 3 3 2 1

Filtrul median

Ex. de aplicare in cazul 1-D, cu fereastra centrata de lungime *K*=3

Medianul este statistica de ordine de ordin 2.

0 1 1 3 1 3 2 3 3 2 | 1 | $\boxed{1}$ | |

extragere valori

1, 1, 0

ordonare

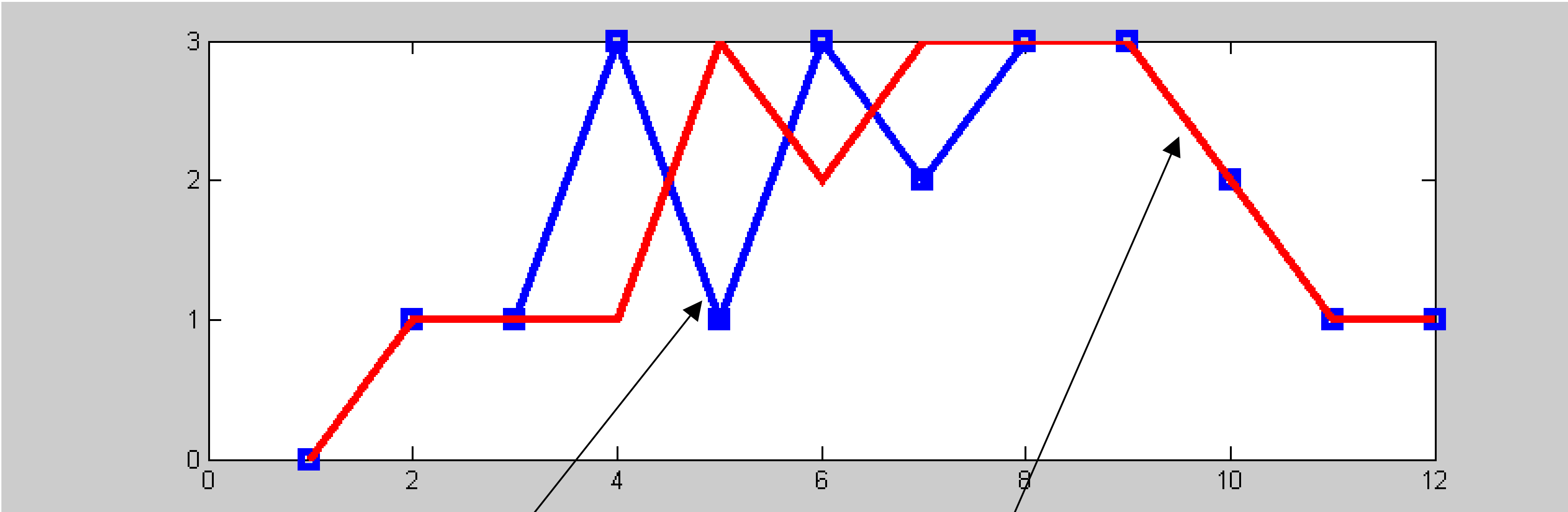
0, 1, 1

median

1

0 1 1 1 3 2 3 3 3 2 1 1

Filtrul median



semnal filtrat median

semnal initial

inlaturarea tranzitiilor abrupte (de zgomot)

pastrarea tranzitiilor “legitime”

Filtrul median: Proprietati

NU este un filtru liniar !

Elimina zgomotul impulsiv de tip sare si piper.

Comuta cu orice functie monotona aplicata valorilor prelucrate:

$$median\ \{g(x_1), g(x_2),\dots, g(x_K)\} = g\left(median\ \{x_1, x_2,\dots, x_K\}\right)$$

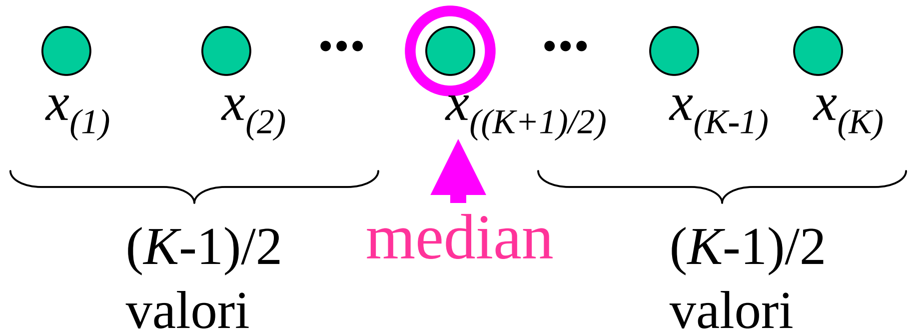
Admite semnale radacina (semnale ce nu sunt modificate prin filtrare): semnalele radacina ale unui filtru median de lungime *K* sunt secvente monotone de lungime cel putin *K*.

- Portiunile monotone din semnal nu sunt modificate (platouri constante, tranzitii suficient de lungi).
- Semnalele radacina se obtin prin filtrarea repetata a unor semnale initiale oarecari.

Filtrul median: Proprietati

Strapungerea filtrului median (un impuls de zgomot din fereastra de filtrare se regaseste la iesirea filtrului):

statisticile de ordine



Impulsurile de zgomot, de valoare 0 sau L-1, se regasesc la capetele secventei de statistici de ordine.

Cand este statistica centrala (mediana) un impuls de zgomot ?

Cel putin $(K+1)/2$ impulsuri de zgomot **de acelasi fel**

Filtrul median: Proprietati

Valoarea de iesire a filtrului median de lungime impara este intotdeauna o valoare existenta in semnalul initial.

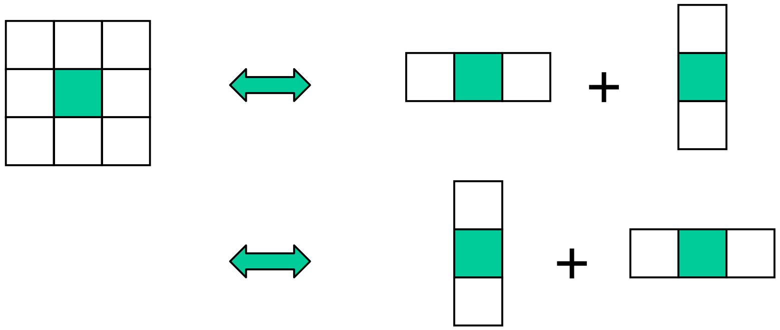
(spre deosebire de filtrarea liniara, unde combinatia liniara ponderata producea valori noi).

Continutul (valorile) semnalului nu se modifica

median
3 x 3

Extinderi ale filtrului median

1. Filtrul median separabil



Prelucrarea bidimensionala este inlocuita cu doua prelucrari succesive 1D, dupa directii perpendiculare.

D.p.d.v matematic, rezultatele nu sunt identice.

Extinderi ale filtrului median

2. Filtre de ordine (*rank-order filters*)

$$rank_j \{x_1, x_2, ..., x_K\} = x_{(j)}, \quad j = 1, ..., K$$

Iesirea filtrului de ordine de ordin *j* este statistica de ordine de ordin *j* a setului de valori selectate din semnalul de intrare.

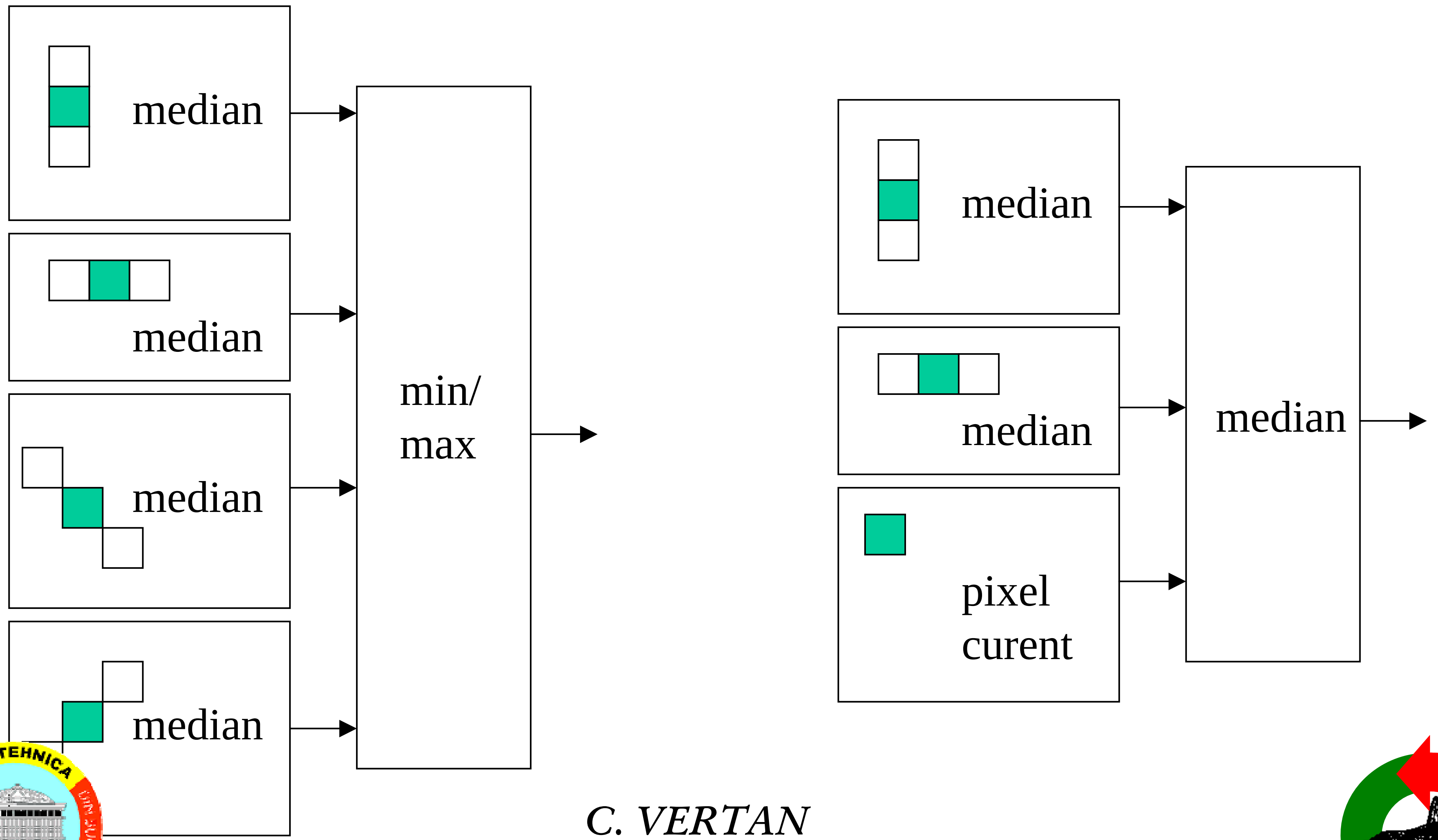
In particular, pentru *j=1* avem filtrul de minim, pentru *j=K* avem filtrul de maxim, pentru *j=(K+1)/2* avem filtrul median.

Rangul *j* este un factor de reglaj suplimentar.

Extinderi ale filtrului median

3. Filtre de ordine multietaj

Succesiune de filtre de ordine de diferite ranguri



Extinderi ale filtrului median

4. Filtre de ordine ponderate

Scop ponderare: marirea importantei relative a unei valori extrase dintr-o anumita pozitie a ferestrei de filtrare (vecinatate) fata de restul valorilor extrase.

Ponderarea nu se poate face prin inmultire cu scalari, ca in cazul liniar.

Ponderare = repetare valori

Coeficientul w_i atasat unei pozitii din fereastra de filtrare semnifica faptul ca valoarea extrasa din acea pozitie este repetata de w_i ori inainte de ordonare.

$$\{x_i \Diamond w_i\}$$

Extinderi ale filtrului median

4. Filtre de ordine ponderate: exemplu

masca de ponderare

$$W = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

zona curent prelucrata in imagine

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Construire set valori extrase (**multiset**)

1 3 3 3 2 2 2 2 2 1 1 4 3 3 5

Construire set ordonat de valori

1 1 1 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 4 5

median

Fara ponderare:

1 1 2 2 3 3 3 4 5

median

Extinderi ale filtrului median

4. Filtre de ordine ponderate

Evident, ponderile w_i sunt numere naturale $w_i \in \mathbf{N}$

Fara ponderare inseamna $w_i = 1$

Dupa ponderare numarul de valori de ordonat devine $\sum_{i=1}^{K} w_i$

Filtru de ordine **central ponderat**: toate ponderile sunt unitare, cu exceptia ponderii asociate originii ferestrei de filtrare (ce corespunde pixelului curent prelucrat in imagine).

Mai general : L-filtre

Un L-filtru este o combinatie liniara ponderata a statisticilor de ordine corespunzand valorilor extrase din imagine.

$$L-filt\{x_1, x_2, ..., x_K\} = \sum_{i=1}^{K} w_i x_{(i)}$$

Particularizari:

filtru de ordine de rang *j* : $w_i = \begin{cases} 1, i = j \\ 0, i \neq j \end{cases} = \delta_{ij}$

filtru de mediere aritmetica: $w_i = \dfrac{1}{K}$

... altele ... dar cu ce scop ?

Mai general : L-filtre

Tipuri de L-filtre:

netezire : reducerea zgomotului suprapus imaginii

accentuare/ conturare/ derivare : subliniere tranzitii

Conditiile de normare corespunzatoare tipurilor de filtre sunt similare filtrelor liniare:

netezire: $$\sum_{i=1}^{K} w_i = 1$$

derivare: $$\sum_{i=1}^{K} w_i = 0$$

L-filtre de netezire: adaptare la distributia zgomotului

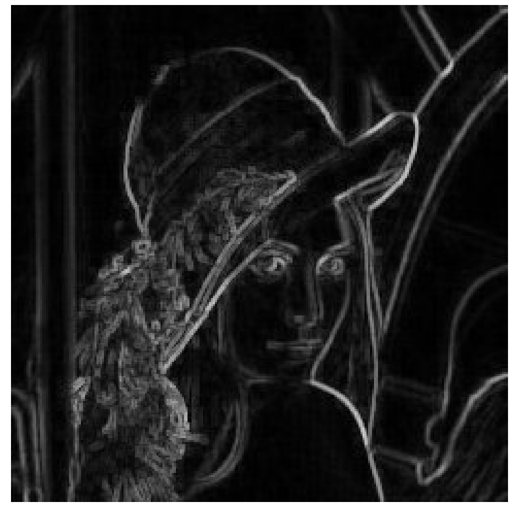
Zgomot	Filtru	
Impulsiv	Median	$w_{\frac{K+1}{2}} = 1$
Gaussian, aditiv	Mediere	$w_i = \frac{1}{K}$
Impulsiv + Gaussian	Medie α- reglabila	$w_i = \begin{cases} \frac{1}{K(1-2\alpha)}, & i \in [\alpha K + 1, K - \alpha K] \\ 0, \text{ in rest} \end{cases}$
Uniform	Mijloc	$w_1 = w_K = 0.5$
Impulsiv + uniform	Cvasi-mijloc	$w_j = w_{K-j} = 0.5$

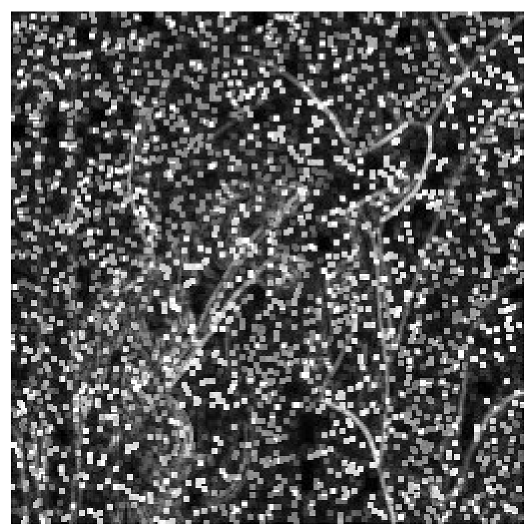
L-filtre de derivare: exemplu

$$w_1 = -1$$

$$w_K = 1$$

$$L - filt = \max - \min$$

Filtre de ordonare de domeniu

LUM – *Lower, Upper, Middle filters*

Filtru LUM de netezire

$$LUM_j = \begin{cases} x_{(j)}, x^* < x_{(j)} \\ x_{(K-j)}, x^* > x_{(K-j)} \\ x^*, \text{in rest} \end{cases} \quad j = 1, \ldots, \frac{K+1}{2}$$

x^* e valoarea pixelului curent

Filtru LUM de conturare

$$LUM_j = \begin{cases} x_{(j)}, x_{(j)} < x^* < \dfrac{x_{(j)} + x_{(K-j)}}{2} \\ x_{(K-j)}, \dfrac{x_{(j)} + x_{(K-j)}}{2} < x^* < x_{(K-j)} \\ x^*, \text{in rest} \end{cases}$$

x^* e valoarea pixelului curent

$j = 1, \ldots, \frac{K+1}{2}$

Filtre de ordonare de domeniu

K=9 (3 x 3)

accentuare, j=3

accentuare, j=5 (efect maxim)

netezire, j=3

netezire, j=5 (median)