OPERATII DE VECINATATE

C. VERTAN

LABORATORUL DE ANALIZA ŞI PRELUCRAREA IMAGINILOR - LAPI

Tipuri de operatii de prelucrare

Clasificare dupa **numarul de pixeli** din imaginea initiala folositi pentru calculul valorii **unui** pixel din imaginea prelucrata.

operatii punctuale

operatii de vecinatate

operatii integrale

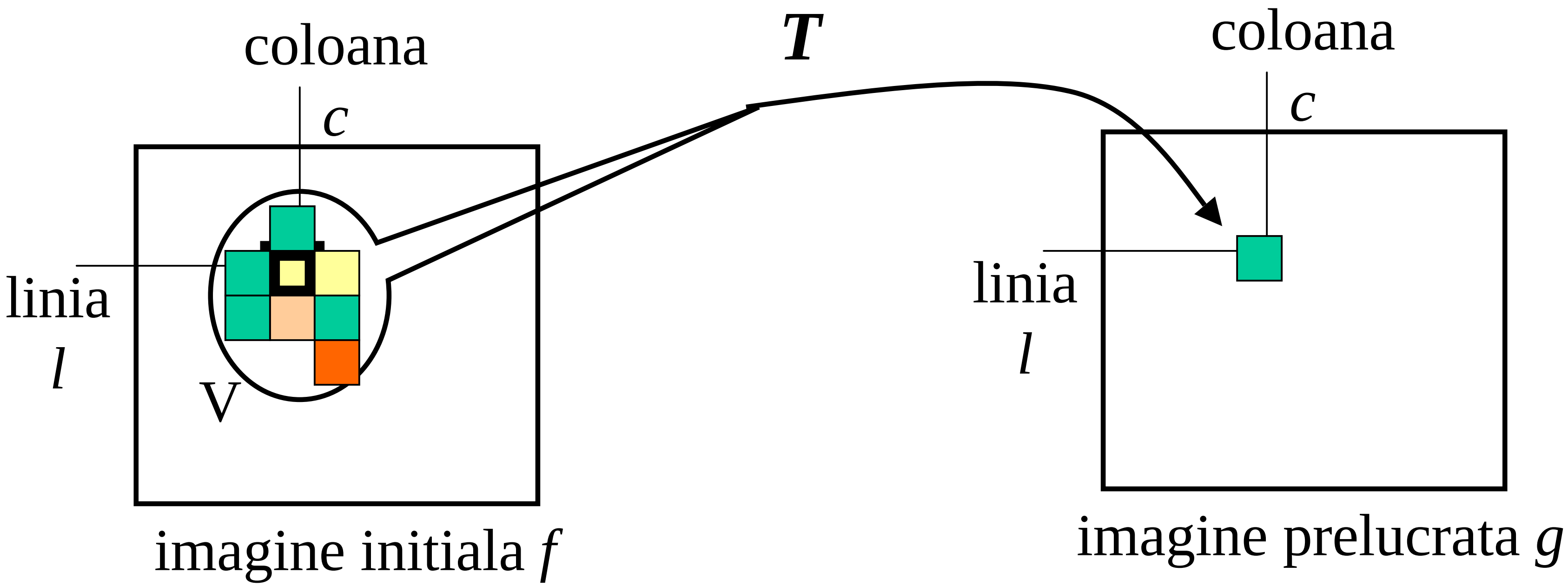
De ce operatii de vecinatate ?

Limitarile prelucrarilor de tip punctual (corespondenta “unu-la-unu” intre valorile noi si valorile vechi ale pixelilor) :

> nu se poate face o caracterizare mai “fina” a pixelilor - toti pixelii ce au aceeasi valoare sunt identici (limitare observabila la egalizarea de histograma de exemplu)

Pentru a distinge intre pixeli de aceeasi valoare trebuie luate in considerare informatii suplimentare asupra vecinatatii acestora (sunt situati in regiuni uniforme, in zone de contur, …)

Operatori de vecinatate



$$g(l,c) = T\left(f\left(V_{(l,c)}\right)\right)$$

Noua valoare a oricarui pixel din imaginea prelucrata rezulta din combinarea unui numar oarecare de valori ale pixelilor din imaginea initiala, situati in vecinatatea pixelului curent prelucrat.

Operatori de vecinatate

$$g(l,c) = T\left(f\left(V_{(l,c)}\right)\right)$$

Definirea transformarii implica specificarea:

vecinatatii pixelului curent prelucrat, $V_{(l,c)}$

functiei de combinare a valorilor extrase din imagine, ***T***

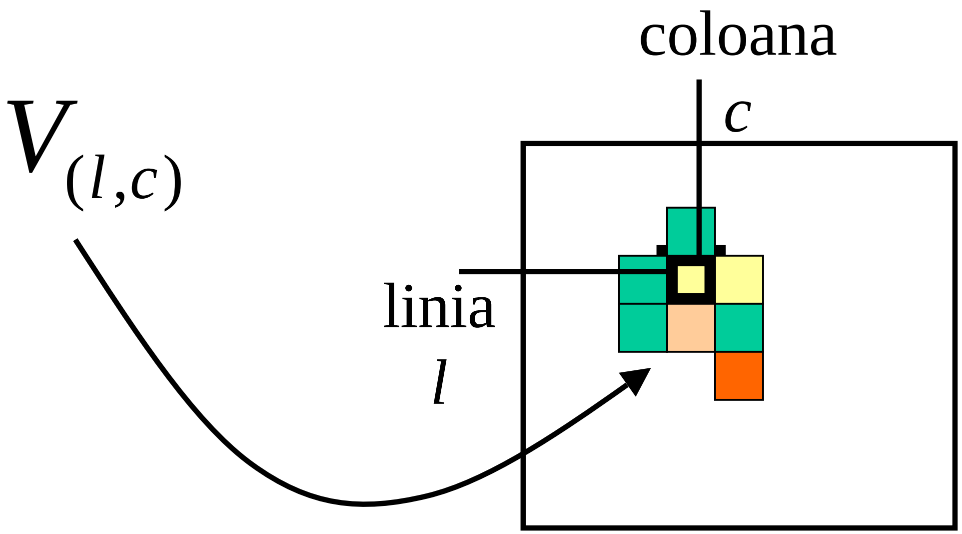
Functii de combinare (transformari)

liniare

neliniare — intrinsec neliniare

neliniare ca efect al adaptarii

Vecinatatea



Vecinatate = multime de pixeli din planul imaginii, situati in jurul pixelului curent prelucrat.

Definirea vecinatatii = specificarea **pozitiilor** pixelilor care fac parte din respectiva vecinatate, fata de pozitia curenta, adica fata de pixelul curent prelucrat, de coordonate *(l, c)*.

Vecinatatea

$$V_{(l,c)} = \{(m_1, n_1), (m_2, n_2), \ldots, (m_K, n_K)\}$$

coordonate relative fata
de pixelul curent prelucrat

numar de pixeli din
vecinatate

Punctul curent prelucrat *(l, c)* este originea sistemului de coordonate atasat vecinatatii.

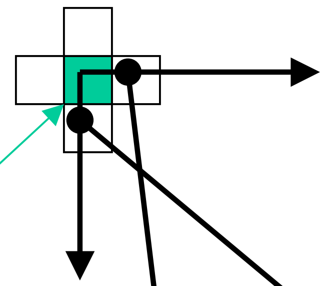
In sistemul de coordonate atasat imaginii, vecinatatea este:

$$V_{(l,c)} = \{(l+m_1, c+n_1), (l+m_2, c+n_2), \ldots, (l+m_K, c+n_K)\}$$

Exemple de vecinatati

Vecinatatea imediata a pixelului : cei patru vecini imediati, pe linii si coloane ai pixelului dat.

V_4



sistem de coordonate atasat vecinatatii
(NU SUNT COORDONATELE IMAGINII)

pixel curent
(originea vecinatatii)

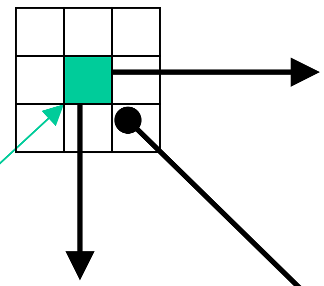
$$V_4 = \{(0,0),(0,1),(0,-1),(1,0),(-1,0)\}$$

$$K = 5$$

Exemple de vecinatati

Vecinatatea extinsa a pixelului : cei opt vecini pe linii si coloane.

V_8



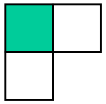
sistem de coordonate atasat vecinatatii
(NU SUNT COORDONATELE IMAGINII)

pixel curent
(originea vecinatatii)

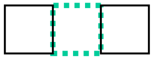
$$V_8 = \left\{ \begin{array}{l} (0,0),(0,1),(0,-1),(1,0),(-1,0), \\ (1,-1),(-1,1),(-1,-1),(1,1) \end{array} \right\}$$

$$K = 9$$

Exemple de vecinatati



$$V = \{(0,0),(1,0),(0,1)\} \qquad K = 3$$



$$V = \{(1,0),(-1,0)\} \qquad K = 2$$

Operatia de vecinatate poate fi scrisa deci ca:

$$g(l,c) = T\Big(f\big(l+m_1, c+n_1\big), f\big(l+m_2, c+n_2\big), \ldots, f\big(l+m_K, c+n_K\big)\Big)$$

Transformarea ***T*** va fi deci o functie cu *K* variabile scalare.

FILTRAREA LINIARA A IMAGINILOR

C. VERTAN

Operatori liniari

Liniaritate = verificarea principiului superpozitiei.

Fie un operator ***T***, care se aplica asupra unor elemente *f*, *g*.
T este liniar daca, pentru orice constante scalare α, β avem:

$$T(\alpha f + \beta g) = \alpha T(f) + \beta T(g)$$

In cazul particular de interes, *f* si *g* sunt imagini avand aceeasi dimensiune, α, β sunt scalari reali si ***T*** este o operatie de vecinatate.

Filtrarea liniara

$$g(l,c)=T\left(f\left(V_{(l,c)}\right)\right)$$

$$g(l,c)=T\left(f\left(l+m_1,c+n_1\right), f\left(l+m_2,c+n_2\right),\ldots, f\left(l+m_K,c+n_K\right)\right)$$

$$g(l,c)=\sum_{(m,n)\in V} w_{mn} f(m+l,n+c)$$

$$w_{mn}\in \mathbf{R}$$

w_{mn} se numesc ponderi ale filtrului si sunt constante scalare asociate fiecarui punct al vecinatatii folosite.

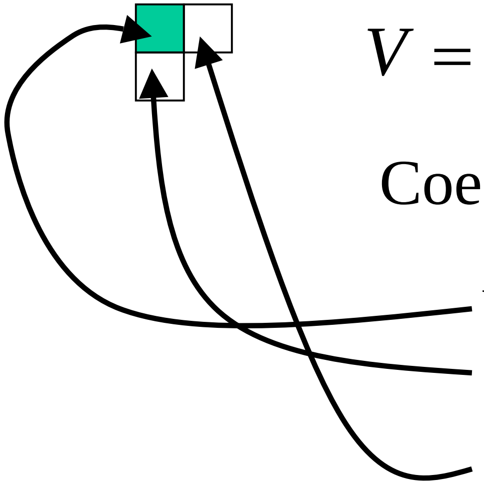
Filtrarea liniara

Orice filtru liniar este deci definit de:

vecinatatea folosita, V

ponderile asociate vecinatatii, w_{mn}

Filtru liniar: exemplu



$$V = \{(0,0),(1,0),(0,1)\} \qquad K = 3$$

Coeficientii atasati punctelor:

$$w_{00} = 1/2$$
$$w_{10} = 1/4$$
$$w_{01} = 1/4$$

scriere grupata

$$\begin{array}{cc} 1/2 & 1/4 \\ 1/4 & \end{array}$$

marcarea originii

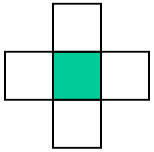
Operatia de vecinatate se scrie ca:

$$g(l,c) = \sum_{(m,n)\in V} w_{mn} f(m+l, n+c)$$

$$g(l,c) = w_{00} f(0+l, 0+c) + w_{10} f(1+l, 0+c) + w_{01} f(0+l, 1+c)$$

$$g(l,c) = \frac{1}{2} f(l,c) + \frac{1}{4} f(l+1, c) + \frac{1}{4} f(l, c+1)$$

Filtru liniar: exemplu



$$V_4 = \{(0,0),(0,1),(0,-1),(1,0),(-1,0)\}$$

$$K = 5$$

$$w_{00} = 0.5$$

$$w_{10} = w_{01} = w_{0-1} = w_{-10} = 0.125$$

scriere grupata

	0.125	
0.125	0.5	0.125
	0.125	

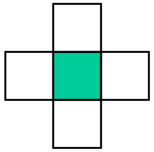
marcarea originii

$$g(l,c) = \sum_{(m,n)\in V} w_{mn} f(m+l, n+c)$$

$$g(l,c) = w_{00} f(0+l, 0+c) + w_{10} f(1+l, 0+c) + w_{01} f(0+l, 1+c) +$$
$$+ w_{-10} f(-1+l, 0+c) + w_{0-1} f(0+l, -1+c)$$

$$g(l,c) = \frac{1}{2} f(l,c) + \frac{1}{8}\left(f(l,c+1) + f(l,c-1) + f(l-1,c) + f(l+1,c)\right)$$

Filtru liniar: exemplu



$$V_4 = \{(0,0),(0,1),(0,-1),(1,0),(-1,0)\}$$

$$K = 5$$

$$w_{00} = 0.5$$

$$w_{10} = w_{01} = w_{0-1} = w_{-10} = 0.125$$

scriere grupata

$$\begin{array}{ccc} & 0.125 & \\ 0.125 & 0.5 & 0.125 \\ & 0.125 & \end{array}$$

marcarea originii

Completarea vecinatatii cu ponderi nule

$$\begin{array}{ccc} 0 & 0.125 & 0 \\ 0.125 & 0.5 & 0.125 \\ 0 & 0.125 & 0 \end{array}$$

$$g(l,c) = \frac{1}{2} f(l,c) + \frac{1}{8}\left(f(l,c+1) + f(l,c-1) + f(l-1,c) + f(l+1,c) \right)$$

Ce inseamna in practica ?

$$g(l,c) = \sum_{(m,n)\in V} w_{mn} f(m+l, n+c)$$

Pentru fiecare pixel al imaginii, situat in pozitia *(l,c)*:

plaseaza vecinatatea V cu originea in pixelul curent

extrage valorile pixelilor imaginii din vecinatate

combina valorile pixelilor extrasi din imagine

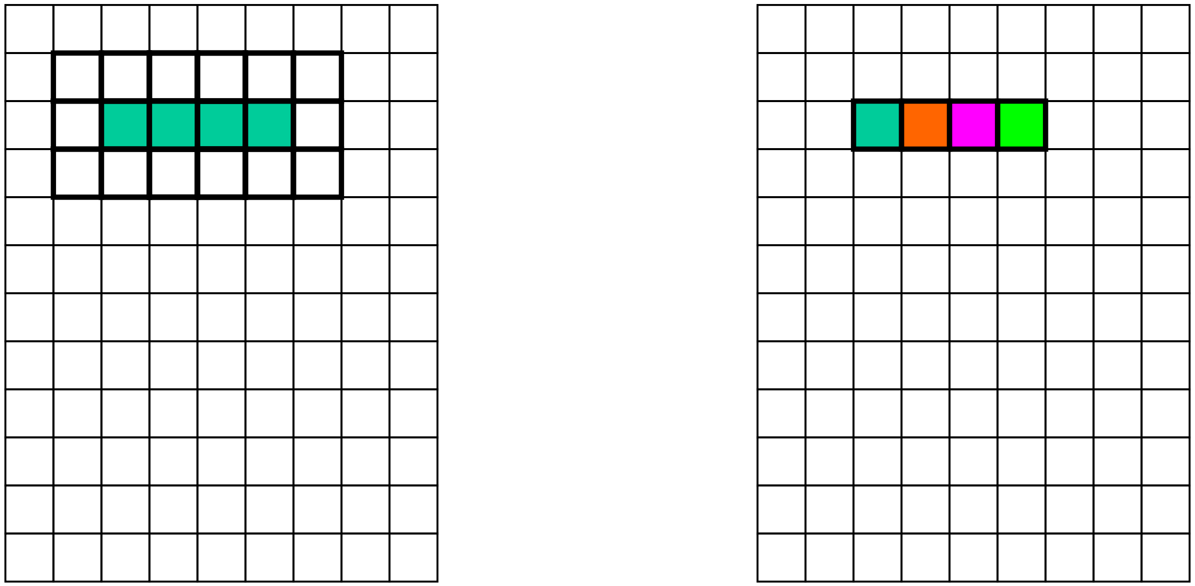
scrie noua valoare in imaginea de iesire la pozitia *(l,c)*

Treci la pixelul urmator.

Echivalent: "Fereastra glisanta"

Vecinatatea folosita este o fereastra (deschidere) intr-un suport opac plasat in fata imaginii; din imagine nu se vede dacat portiunea ce corespunde ferestrei plasate in pozitia curenta.

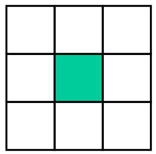
Fereastra este glisata ("plimbata") peste intreaga imagine, punct cu punct.



imagine initiala | imagine prelucrata

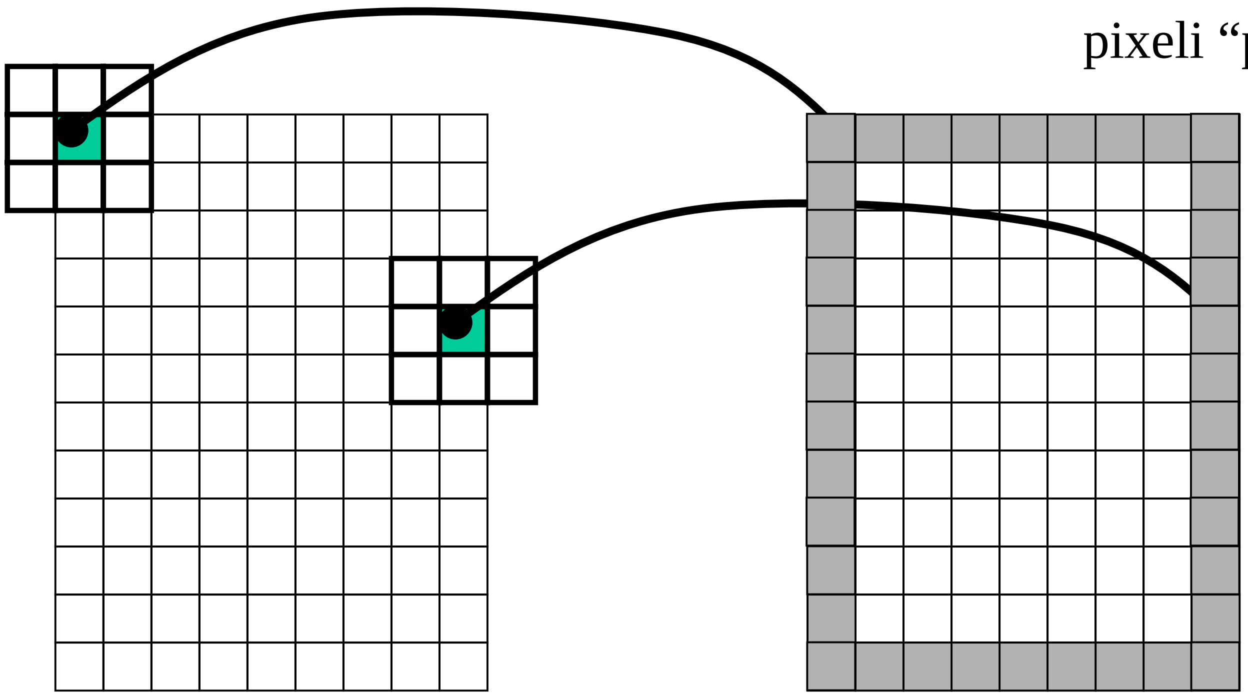
Probleme de implementare

Ce se intampla pe marginile imaginii, daca vecinatatea “debordeaza” ?



vecinatate (fereastra) de filtrare

pixeli “problema”



imagine initiala — imagine prelucrata

Probleme de implementare

Solutii de evitare a efectelor de margine:

1. ignorarea liniilor/ coloanelor corespunzatoare pozitiilor cu probleme

2. bordarea imaginii cu suficiente linii/ coloane
cu pixeli avand valori “potrivite” (sa nu influenteze rezultatul aplicarii functiei ***T*** de combinare a valorilor).

pentru filtrarea liniara : replicarea liniilor/coloanelor marginale ale imaginii

Probleme de implementare

Complexitatea de calcul:

$$g(l,c) = \sum_{(m,n)\in V} w_{mn} f(m+l, n+c)$$

K inmultiri, *K-1* adunari pentru fiecare pixel

Complexitatea de calcul creste cu cresterea vecinatatii.
Este mai eficient sa se lucreze cu vecinatati de dimensiune mica.

Vecinatatile mari pot fi descompuse ?

(acelasi rezultat obtinut prin aplicarea iterativa a mai multe filtari liniare cu vecinatati mai mici)

Tipuri de filtre liniare

Corespund celor doua tipuri de efecte esentiale dorite:

cresterea uniformitatii in interiorul regiunilor **netezire**

cresterea contrastului pe frontierele regiunilor **contrastare**

Filtre liniare de netezire

Cresterea uniformitatii in interiorul regiunilor este echivalenta cu reducerea micilor variatii ale valorilor pixelilor, datorate, de exemplu, **zgomotului**.

Netezire = reducere zgomot adaugat imaginii.

Corespunde definitiei frecventiale a termenului de filtru:

Filtrul este un sistem de circuite electrice, sonore, etc. cu care se selecteaza dintr-un complex de oscilatii cu frecvente diferite, oscilatiile cu frecventele cuprinse între anumite limite.

Se presupune ca zgomotul poate fi descris in frecventa.

Filtre liniare de netezire

Zgomotul cel mai obisnuit: zgomot alb, gaussian, aditiv (ZAGA).

$$f(l,c) = f_0(l,c) + z(l,c)$$

$$z(l,c) \leftarrow N\left(0,\sigma^2\right)$$

$$\overline{fz} = 0$$

$\sigma^2 \nearrow$

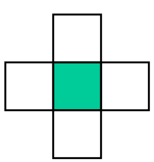
Filtre liniare de netezire: reducerea ZAGA

Filtrul optim: filtrul de mediere aritmetica

$$\left.\begin{array}{l} g(l,c) = \sum\limits_{(m,n)\in V} w_{mn} f(m+l, n+c) \\ Card(V) = K \end{array}\right\} \quad w_{mn} = \frac{1}{K}$$

$$g(l,c) = \frac{1}{Card(V)} \sum_{(m,n)\in V} f(m+l, n+c)$$

Ex. 1

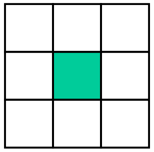


$V_4 \rightarrow K = 5$

$w_{mn} = \frac{1}{5}$

$$\begin{matrix} 0 & 1/5 & 0 \\ 1/5 & 1/5 & 1/5 \\ 0 & 1/5 & 0 \end{matrix}$$

Ex. 2

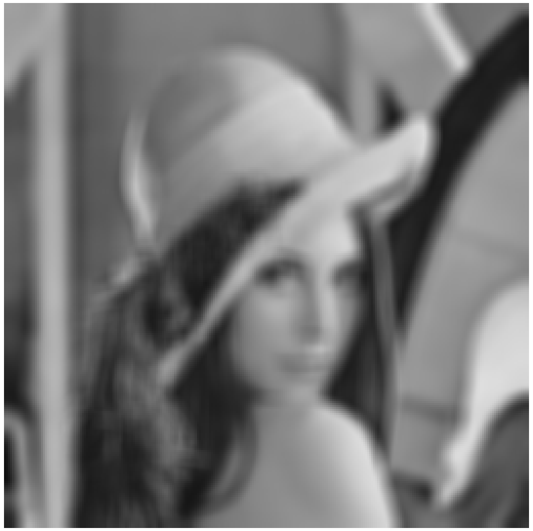


$V_8 \rightarrow K = 9$

$w_{mn} = \frac{1}{9}$

$$\begin{matrix} 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \end{matrix}$$

Netezire: medie aritmetica



9 x 9

Efectul de
incetosare
a imaginii

(*blur*)

5 x 5

13 x 13

Netezire: medie aritmetica

reducerea zgomotului

(si *blur*)

3 x 3

11 x 11

7 x 7

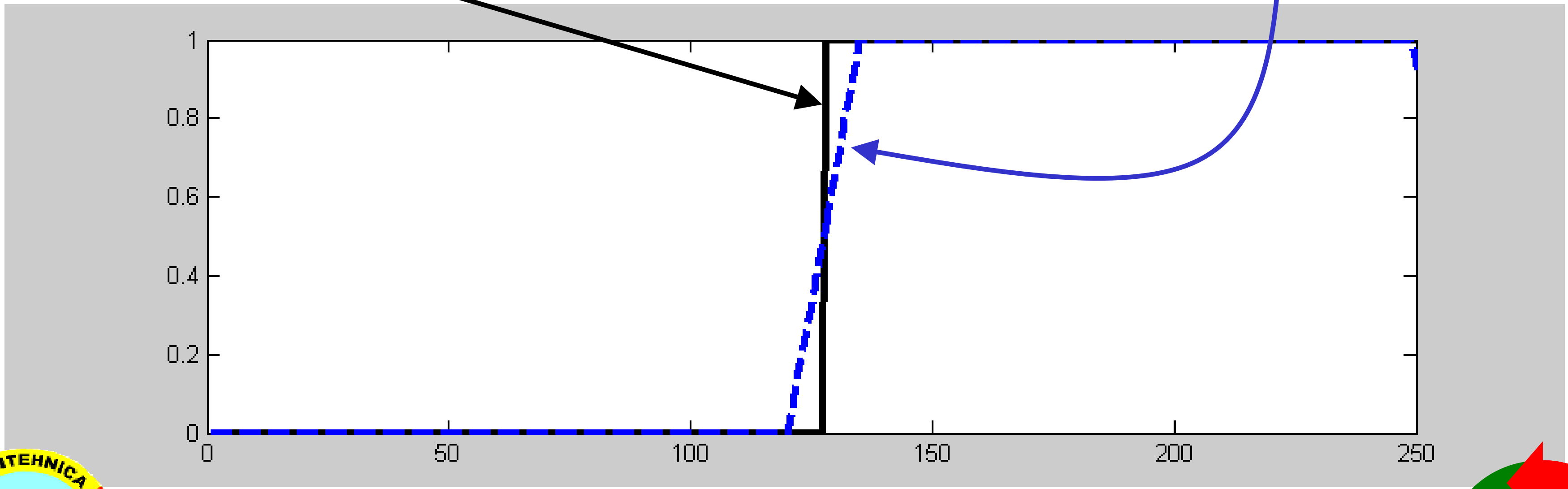
De ce apare incetosarea imaginii ?

Incetosare (*blur*) : frontierele devin neclare

Fereastra de filtrarea selecteaza valori diferite, apartinand regiunilor vecine separate de contur. In urma medierii rezulta o valoare intermediara care inlocuieste conturul.

Ex. contur 1D ideal – (o linie din imagine)

dupa mediere



De ce apare incetosarea imaginii ?

O echivalenta in domeniul “frecventelor”:

Contur (detalii fine) ⇔ frecvente inalte
Zone uniforme ⇔ frecvente joase

Filtrarea de mediere ⇔ filtrarea trece jos

(se va demonstra la capitolul privind transformarile integrale; filtrarea liniara este o operatie de convolutie intre imagine si nucleul filtrului)

Cum masuram calitatea filtrarii ?

Functii de masura a calitatii imaginii in **raport cu o imagine de referinta**.

Daca imaginea zgomotoasa/ degradata/ testata este *f*, provenind din imaginea originala/ corecta/ nedegradata f_0 (referinta), putem masura:

Eroarea patratica medie (*Mean Squared Error* - MSE)

$$MSE = \overline{\left(f - f_0\right)^2} = \frac{1}{MN}\sum_{i=0}^{M-1}\sum_{j=0}^{N-1}\left(f(m,n) - f_0(m,n)\right)^2$$

Eroarea absoluta medie (*Mean Absolute Error* - MAE)

$$MAE = \overline{\left|f - f_0\right|} = \frac{1}{MN}\sum_{i=0}^{M-1}\sum_{j=0}^{N-1}\left|f(m,n) - f_0(m,n)\right|$$

Cum masuram calitatea filtrarii ?

Raportul Semnal - Zgomot (*Signal to Noise Ratio* - SNR)

$$SNR = 10 \log \frac{\sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} \left(f_0(m,n) \right)^2}{\sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} \left(f(m,n) - f_0(m,n) \right)^2} [dB]$$

Raportul Semnal de Varf - Zgomot (*Peak Signal to Noise Ratio* - PSNR)

$$PSNR = 10 \log \frac{MN \max\limits_{(m,n)} f_0{}^2(m,n)}{\sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} \left(f(m,n) - f_0(m,n) \right)^2} [dB]$$

intotdeauna PSNR > SNR

Cum masuram calitatea filtrarii ?

Calitate :

SNR, PSNR $\nearrow$

MSE, MAE $\searrow$

In general se foloseste SNR, ca in prelucrarea semnalelor 1D.

Imaginea de calitate are SNR > 25 dB

Imaginea cu diferente imperceptibile are SNR > 30 dB

SNR=20 dB

SNR=17 dB

SNR=14 dB

Cum proiectam filtrul de medie aritmetica ?

$$w_{mn} = \frac{1}{K}$$

Factor de reglaj: forma si dimensiunea vecinatatii

Se poate demonstra ca puterea zgomotului alb, aditiv din imagine este redusa de K ori.

Filtrare eficienta $\Leftrightarrow$ vecinatate mare.

Vecinatate mare $\Leftrightarrow$ efect puternic de incetosare a imaginii

Filtrul de mediere ponderata

Mai multa libertate in alegerea ponderilor asociate punctelor din vecinatatea folosita.

$$g(l,c)=\sum_{(m,n)\in V} w_{mn}\, f(m+l,n+c)$$

	0.125	
0.125	0.5	0.125
	0.125	

0.05	0.1	0.05
0.1	0.4	0.1
0.05	0.1	0.05

0	0	0.15
0	0.7	
0.15		

0.15		0.15
	0.4	
0.15		0.15

Normalizarea filtrelor de netezire

Coeficientii w_{mn} nu pot fi alesi oricum.

Sa ne imaginam o imagine perfect uniforma (toti pixelii au aceeasi valoare). Dupa o filtrare de netezire aceasta valoare nu trebuie sa se modifice.

$$g(l,c) = \sum_{(m,n)\in V} w_{mn} f(m+l, n+c)$$

$$f(m+l, n+c) = \mu = ct, \forall(m,n)\in V, \forall(l,c)$$

$$g(l,c) = \mu \sum_{(m,n)\in V} w_{mn} = \mu$$

$$\sum_{(m,n)\in V} w_{mn} = 1, \;\; w_{mn} > 0$$

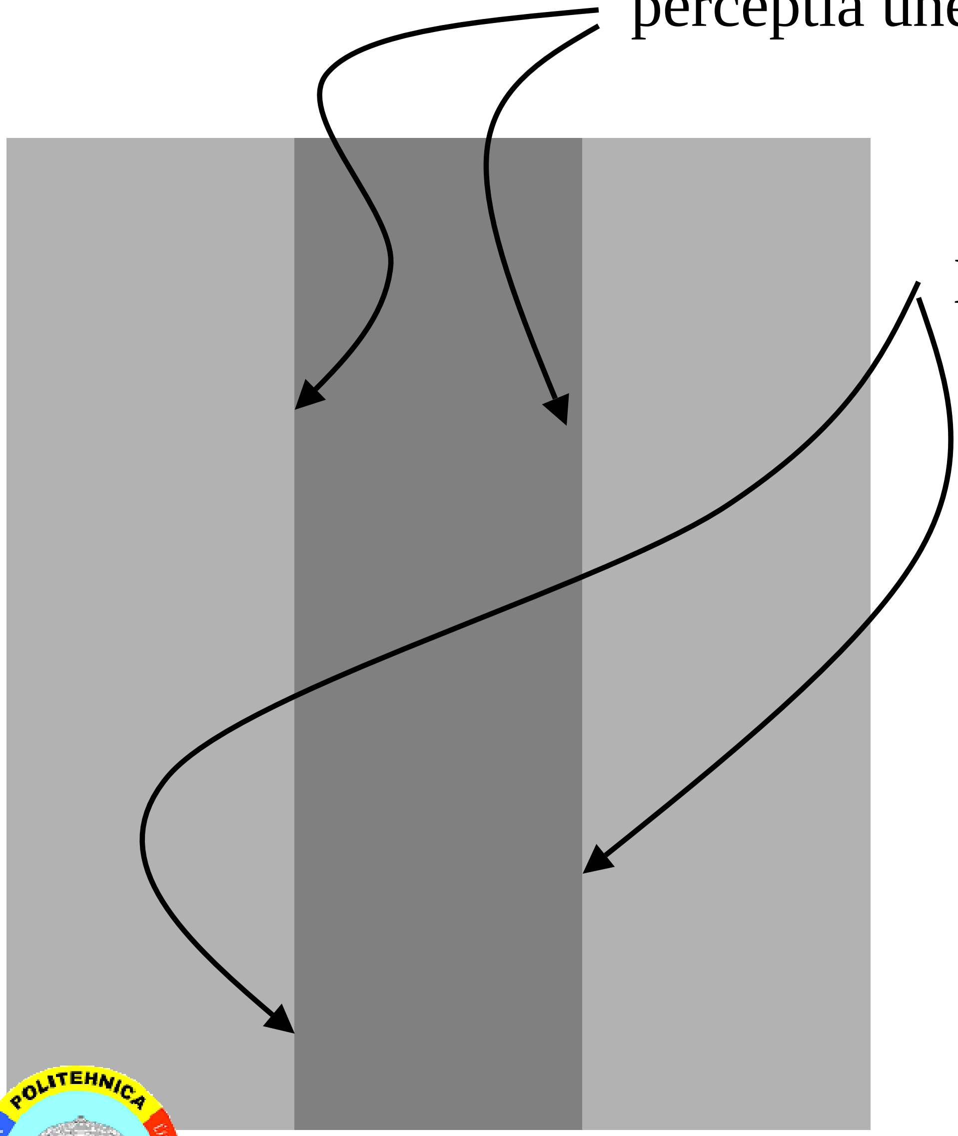
Filtrarea de contrastare/ derivare

Contrastarea unei imagini are ca obiectiv îmbunatatirea perceperii vizuale a contururilor obiectelor (îmbunatatirea detectabilitatii componentelor scenei de-a lungul frontierelor acestora).

O experienta de perceptie vizuala subiectiva ("benzile lui Mach") a pus în evidenta faptul ca sistemul vizual uman are tendinta de a adânci profilul zonelor de tranzitie dintre regiuni uniforme.

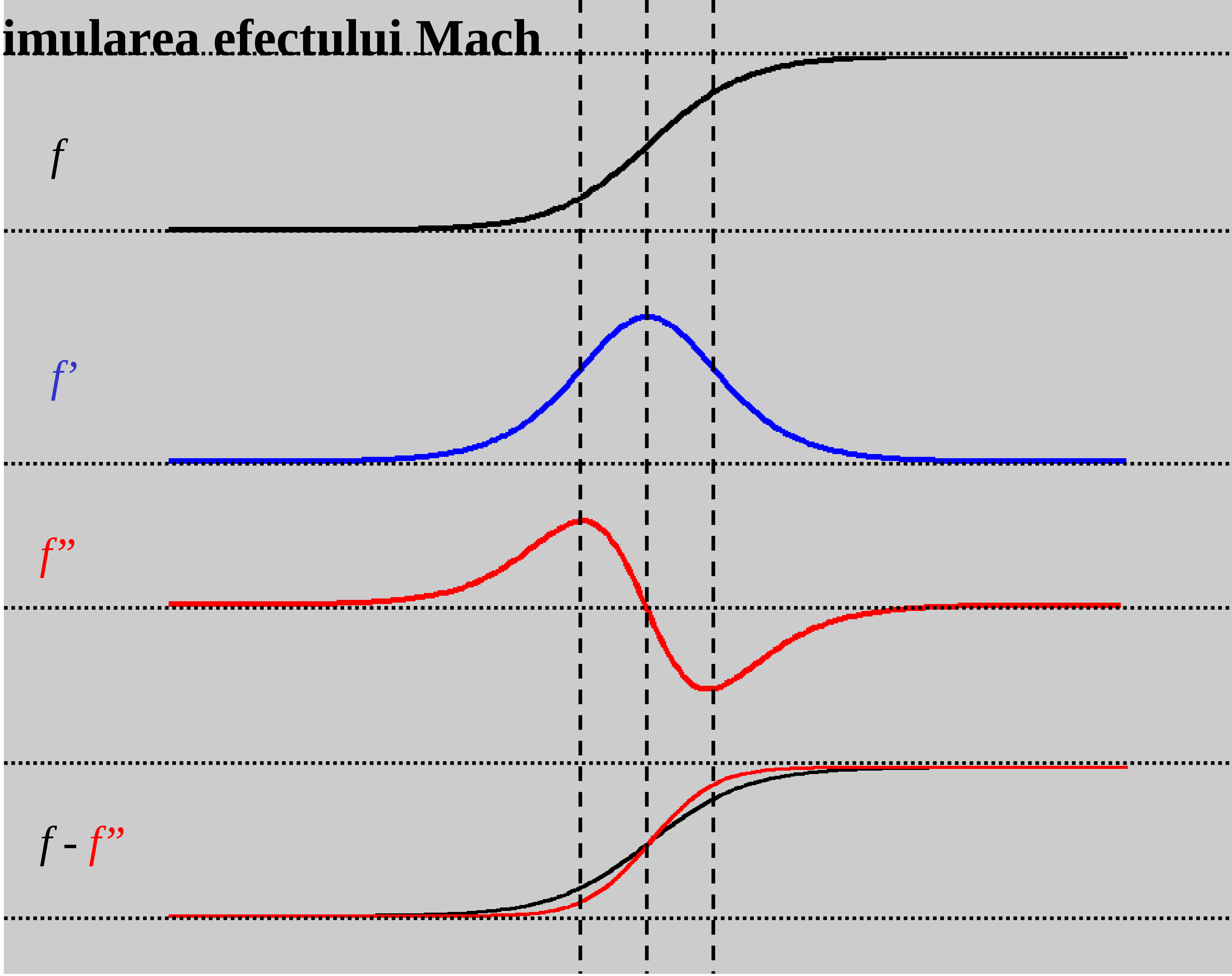
Studiul fiziologiei sistemului vizual a demonstrat ca acesta se realizeaza prin prelucrari de tip derivativ ce apar în diferitele etape pe care le parcurge informatia vizuala; efectul global poate fi descris ca scaderea din semnalul original a unei derivate secunde.

Efectul Mach



Aceste linii NU EXISTA in imagine, ci sunt IMPRESII create de sistemul vizual.

Simularea efectului Mach



Contrastarea imaginilor

Contrastare = Imagine – Derivata secunda

Derivata secunda a unei functii de doua variabile: dupa ce directie ?

Se foloseste Laplacianul: $\Delta f(x,y) = \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}$

Filtre de derivare secunda (Laplacian):

$$\begin{matrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{matrix}$$

Contrastarea imaginilor

medie 5 x 5

original

Normalizarea filtrelor de derivare

Coeficientii w_{mn} nu pot fi alesi oricum.

Sa ne imaginam o imagine perfect uniforma (toti pixelii au aceeasi valoare). Dupa o filtrare de derivare, rezultatul trebuie sa fie nul.

$$g(l,c) = \sum_{(m,n)\in V} w_{mn} f(m+l, n+c)$$

$$f(m+l, n+c) = \mu = ct, \forall (m,n) \in V, \forall (l,c)$$

$$g(l,c) = \mu \sum_{(m,n)\in V} w_{mn} = 0$$

$$\sum_{(m,n)\in V} w_{mn} = 0$$

Va urma:

limitarile filtrarii liniare

operatii neliniare de vecinatate